

## Uma proposta de gráfico de controle EWMA com dados sazonais

Leandro Callegari Coelho (UFSC) leandroah@hotmail.com

Robert Wayne Samohyl (UFSC) samohyl@yahoo.com

*Resumo: A importância do controle estatístico de processos nas empresas, de qualquer porte, é de vital importância para que produtor e cliente ganhem confiança, um por melhorar seu nível de qualidade, outro por saber que comprará algo que atenda suas expectativas. No entanto, identifica-se uma lacuna na teoria de gráficos de controle quando a variável de interesse possui sazonalidade. A série em estudo é o consumo de energia elétrica no Brasil, e não uma medida de dentro da fábrica, expandindo as possibilidades de uso da ferramenta. Assim, o objetivo deste trabalho é propor uma metodologia de criação de gráfico de controle EWMA para variáveis com componente sazonal. Tal objetivo pode ser alcançado através da modelagem da série por meio da técnica de Holt-Winters e geração do gráfico de controle dos resíduos do ajustamento. O modelo proposto atende aos objetivos uma vez que aponta ocorrência de pontos fora de controle estatístico, motivando a identificação de uma causa especial agindo na série.*

*Palavras chave: Gráficos de Controle EWMA; Controle Estatístico de Processo (CEP); Holt-Winters; Sazonalidade.*

### 1. Introdução

Segundo Samohyl (2005) melhores níveis de qualidade em processos produtivos e variabilidade menor norteiam o conceito por trás do Controle Estatístico de Processos. Para Costa, Epprechat e Carpinetti (2004) a sustentação da qualidade está baseada no controle dos processos.

Muitos gráficos de controle são descritos na literatura, com especial ênfase aos muito utilizados Gráficos de Shewhart (para análise de média e amplitude – X-barra e R) e para os Gráficos CuSum (Soma Acumulada) e EWMA (Médias Móveis Ponderadas Exponencialmente).

Estes gráficos visam cada um a sua forma, detectar mudanças na média e/ou variabilidade no processo analisado. Segundo Zimmerman e Icenogle (1999), para grandes variações são recomendados os gráficos de Shewhart, desenvolvidos por Walter Shewhart em 1924 e discutidos por Montgomery (1996), enquanto para detecção de pequenas variações em torno do valor esperado os gráficos CuSum e EWMA, são mais indicados por Zimmerman e Icenogle (1999) e Montgomery (1996).

No entanto, todos os gráficos citados tratam dados estacionários, não contemplando situações onde uma variabilidade sazonal é esperada e tolerada. Existem diversos casos de sazonalidade, e pode-se querer acompanhar os períodos de alta (baixa) estatisticamente para verificar se não estão além (aquém) do que seria esperado historicamente. Para tanto, a proposta deste artigo é a criação de um Gráfico de Controle EWMA para dados sazonais.

### 2. Revisão Bibliográfica

O início da teoria de CEP foi proposta pelo Dr. Shewhart como já descrito. Muito do desenvolvimento daquela época ainda é aplicado em muitas empresas atualmente, especialmente os gráficos  $\bar{X}$  e R, que medem a amplitude e a variabilidade em torno da

média. Estes gráficos normalmente são os primeiros a serem praticados, por sua facilidade de implementação.

Algumas situações, no entanto, requerem outros tipos de gráficos de controle. Notadamente quando o processo em questão possuir pequenas variações em torno da média, os gráficos CuSum e EWMA são mais indicados. O enfoque deste trabalho será no gráfico EWMA, sendo que a respeito do gráfico CuSum recomenda-se a leitura de *O monitoramento de processos industriais via gráficos de controle CUSUM* de Alves e Samohyl (2006).

O gráfico de controle EWMA, desenvolvidos inicialmente por S.W. Roberts em 1959, amplamente discutido por Montgomery (1996), deve ser usado para identificar pequenas variações na média do processo, da ordem de 0,5 a 2 desvios padrões, e funciona mais rápido que os gráficos de Shewhart para o mesmo tamanho de amostra (Quality America Inc., 2001 e Montgomery 1996).

A ponderação exponencial se dá de forma a atribuir um peso para observações anteriores, e este peso decai exponencialmente, fazendo uma transformação nos dados, como mostra a Equação 01.

$$Z_i = \lambda \cdot X_i + (1 - \lambda) \cdot Z_{i-1}$$

Equação 01

Para os limites de controle no gráfico EWMA, estes seguem a fórmula da Equação 02.

$$LC = \mu_0 \pm L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2 - \lambda)} [1 - (1 - \lambda)^{2i}]}$$

Equação 02

Sendo L a “largura” dos limites de controle em torno da média (comumente sendo indicado valores entre 2,6 a 2,8, segundo Montgomery, 1996) e  $\lambda$  é a constante de amortecimento, que varia entre 0 e 1. Valores pequenos de  $\lambda$  distribuem o peso das observações anteriores mais fortemente ( $\lambda$  igual a zero dá peso igual a todas as observações), enquanto valores mais próximos a um faz com que as observações antigas decaiam em peso rapidamente, dando maior ênfase às observações recentes.

Uma suposição por trás do uso de EWMA (bem como outros gráficos de controle) é de que os dados sejam independentes. Se esta suposição for violada, existem dois cenários possíveis, identificados por Montgomery (1996).

a. Autocorrelação positiva: por exemplo, quando valores baixos são seguidos por outros valores baixos, e valores altos seguidos por valores altos. Esta situação pode criar limites de controle excessivamente justos, e a correlação positiva pode aumentar a frequência de alarmes falsos.

b. Autocorrelação negativa: por exemplo, processos em que a correção para um ponto negativo é feita exageradamente, gerando um ponto positivo em sequência, e vice-versa. Autocorrelação negativa pode gerar limites de controle muito largos, de maneira que algumas variações presentes no processo não sejam detectadas.

A autocorrelação, ao mesmo tempo em que é indesejada para os gráficos de controle, é uma das ferramentas estatísticas para desvendar sazonalidade nos dados. Em séries temporais

sazonais, os maiores pregos no correlograma (expressão gráfica de várias defasagens da função de autocorrelação e de autocorrelação parcial) provavelmente indicarão a frequência da sazonalidade na série (SAMOBYL, 2005). Esta ferramenta será utilizada em breve para confirmar ou excluir a presença de sazonalidade nos dados utilizados.

### 3. Gráfico de Controle EWMA para dados sazonais

#### 3.1. Tratamento da série temporal

Para ilustrar este artigo, será utilizada uma série temporal com variação sazonal. Os dados tabelados estão disponíveis no Anexo A, e referem-se ao consumo industrial de energia elétrica no Brasil, de janeiro de 1997 a abril de 2007, obtidos no site do IBGE ([www.ibge.gov.br](http://www.ibge.gov.br)). O gráfico temporal destes dados está ilustrado na Figura 01.

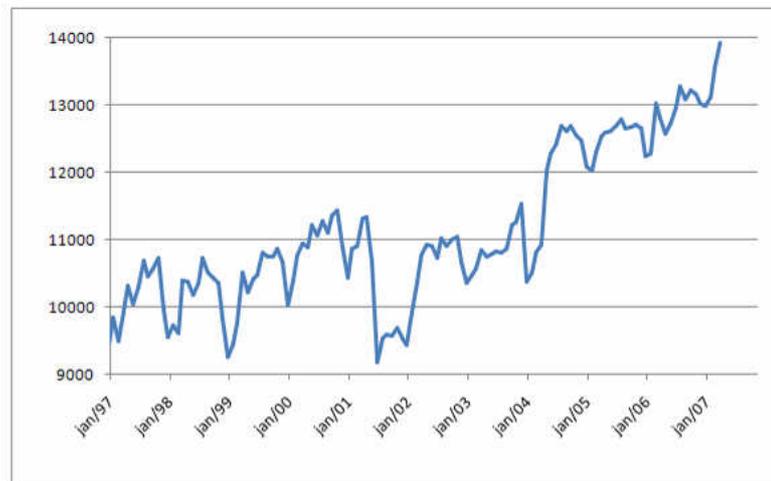


Figura 01 - Consumo de energia elétrica – industrial (GWh)

Além da aparente variação de nível, visto que a série apresenta mudança na média ao longo do tempo, percebe-se uma variação mensal bastante acentuada, podendo caracterizar a sazonalidade: por exemplo, todo mês de janeiro apresenta uma queda no consumo, comparado aos meses de dezembro e fevereiro. Segundo as técnicas tradicionais, este dado não é passível de ser controlado segundo Gráficos de Controle discutidos no capítulo anterior, pois há autocorrelações e os dados não são independentes, como ilustra a Figura 02. Para confirmar a presença de sazonalidade, apresenta-se o gráfico de autocorrelação e autocorrelação parcial da primeira diferença dos dados na Figura 03.

No entanto, cabem as seguintes perguntas: os dados estão se comportando como era esperado estatisticamente? O crescimento anual está dentro dos limites considerados normais estatisticamente? A variação ao sazonal dos meses do ano não está mais acentuada do que deveria, dado o padrão histórico?

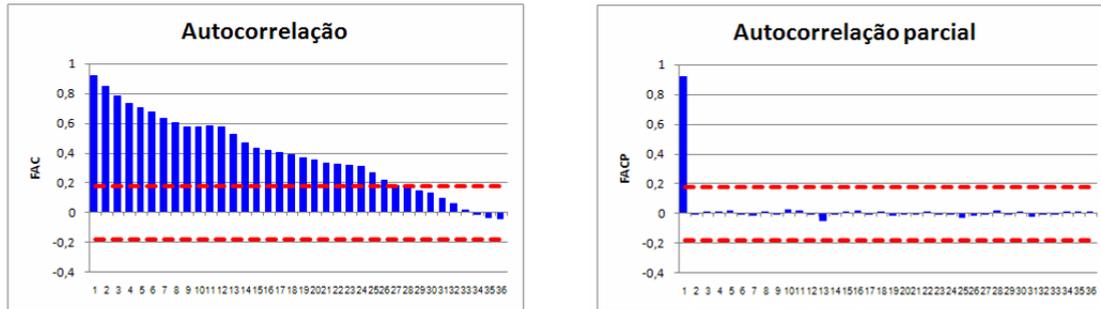


Figura 02 – Autocorrelação e autocorrelação parcial dos dados

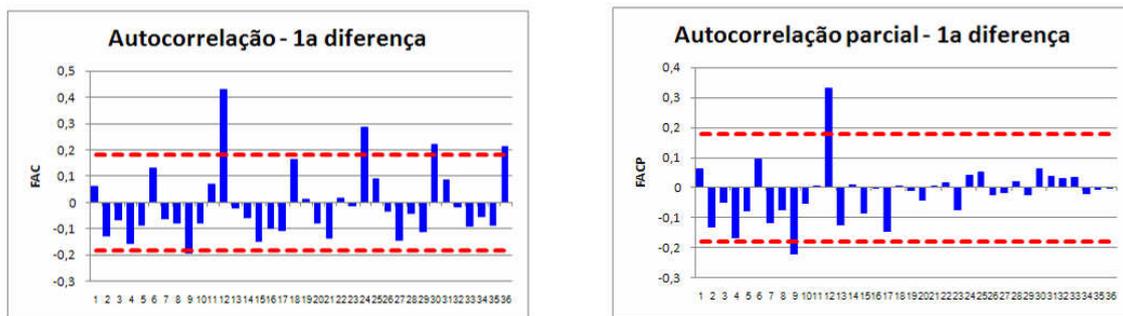


Figura 03 – Autocorrelação e autocorrelação parcial para a primeira diferença

Para solucionar questões deste tipo, a proposta deste artigo é a criação de Gráficos de Controle para dados sazonais, partindo dos já conhecidos gráficos de controle EWMA.

Isto se dará através da modelação da série temporal por métodos reconhecidamente eficientes e discutidos: através da técnica proposta inicialmente por Holt (1957) e posteriormente evoluída por Winters (1960) ficando conhecida como Método de Holt-Winters, um modelo de suavização exponencial para dados que contenham tendência e sazonalidade.

Este método visa modelar a série temporal em questão através de amortecimentos exponenciais, resultando em equações com três parâmetros, referentes ao nível, à tendência e à sazonalidade dos dados. Os 3 parâmetros citados, alfa, beta e gama, respectivamente, devem ser escolhidos de forma que a equação reflita o mais fielmente possível os dados reais. Desta forma, estes parâmetros devem ser escolhidos de forma a maximizar a aderência da série modelada com os dados reais.

Assim sendo, aplicando a equação de amortecimento e o modelo de otimização em função do menor AIC (Akaike Information Criterion), os parâmetros encontrados são: alfa = 0,974, beta = 0,00 e gama = 0,01, para um modelo Holt-Winters com sazonalidade aditiva.

Uma vez que se tenha a melhor curva ajustada para os dados propostos, o gráfico de controle EWMA será traçado em função dos resíduos de ajustamento, dado que estes são estacionários na média e na variância e possuem distribuição normal. Na Figura 04 está mostrada a curva original e a curva com os dados ajustados.

Os resíduos desta modelagem de ajustamento exponencial são aleatórios e estão mostrados na Figura 05, e normalmente distribuídos.

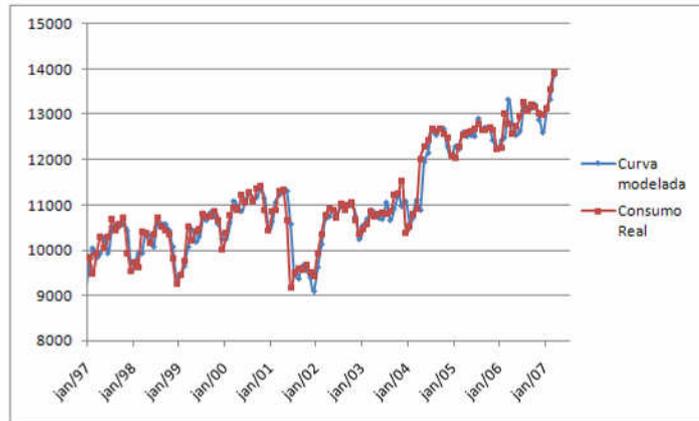


Figura 04 – Dados originais e modelados

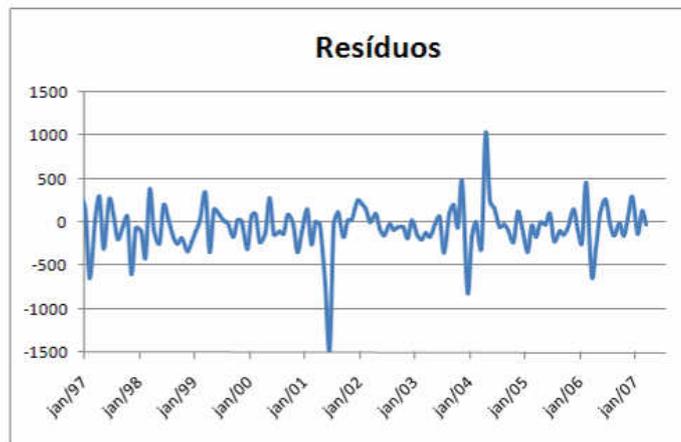


Figura 05 – Resíduos do modelo

### 3.2. Construção do gráfico de controle EWMA para os resíduos

A idéia por trás do gráfico de controle EWMA é fazer uma transformação exponencial nos dados, similar à transformação feita no método de Holt-Winters, conforme discutido na seção anterior. A escolha da constante de amortecimento  $\lambda$  neste caso não pode ser otimizada da mesma forma que foi feita para o método de Holt-Winters, visto que os dados dos resíduos são aleatórios, não há um padrão que possa ser modelado (se houvesse, deveria ter sido modelado na seção 3.1, pois um dos pré-requisitos do modelo é possuir resíduos normais e aleatoriamente distribuídos). Por esta razão, a constante de amortecimento terá valor arbitrado em 0,25, escolhido por ser sugerido por Montgomery (1996) em função do seu emprego usual e de distribuir apropriadamente o peso entre observações passadas e recentes.

O gráfico de controle EWMA construído para os resíduos é então mostrado na Figura 06.

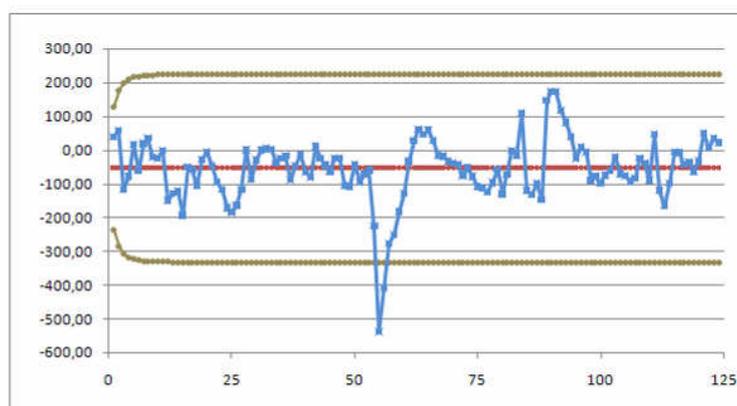


Figura 06 – Gráfico de controle EWMA para os resíduos do modelo

#### 4. Discussões e conclusão

Inicialmente, é importante perceber na Figura 01, em meados de 2001 uma queda significativa no padrão de consumo, que durou por alguns meses, trazendo a série a um nível mais baixo. Este cenário justifica a busca por uma causa especial nos dados, que pode ser explicado pelo que ficou conhecido como racionamento de energia, ocorrido no Brasil nesta época. Souza (2005) faz uma análise deste cenário, e identifica novos padrões de consumo e mudança de hábitos nos consumidores.

Quando se analisa os resíduos, novamente este período fica destacado, pois há incidência de erro pouco maior que o normal: no início do processo, ocorre o maior erro individual, quando a série foi maior que o ocorrido. Rapidamente o modelo se adequa ao novo nível e os resíduos nunca ultrapassam a marca de 1.000 GWh de discrepância.

Todo este processo fica muito evidente quando se analisa o gráfico de controle proposto: ocorre um alarme de pontos fora de controle estatístico nestas observações, indicando que a série saiu do padrão estatístico histórico, necessitando de análise extra. Com isto, este cumpre a missão proposta, de identificar anomalias nos dados, o mais rapidamente possível, para que se possa identificar o que está causando a mudança, e efetuar possíveis mudanças, caso estes fatores sejam indesejados.

A modelagem do consumo de energia também se mostrou eficiente em identificar, juntamente com a sazonalidade, as variações de consumo decorrentes do horário de verão a cada ano, visto que estes nem sempre ocorrem nos mesmos dias.

De maneira geral, o gráfico de controle se mostrou eficiente e eficaz, restando como ressalva a necessidade de avaliar periodicamente a modelagem da série a fim de que os resíduos sejam aleatórios e com distribuição normal.

#### Referências

ALVES, C. da C.; SAMOBYL, R. W. **O monitoramento de processos industriais via gráficos de controle CuSum**. 2006. Disponível em [www.qualimetria.ufsc.br](http://www.qualimetria.ufsc.br) e acessado em 10/07/2007.

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Boletim SIESE**. IBGE. Disponível em <http://www.ibge.gov.br> e acessado em 20/07/2007.

MONTGOMERY, D. C. **Introduction to Statistical Quality Control**. 3ª Edição. John Wiley & Sons, Inc. 1996.

Quality America Inc. **Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) Charts**. 2001. Disponível em [www.qualityamerica.com](http://www.qualityamerica.com) e acessado em 09/07/2007.

SAMOHYL, R. W. **Controle Estatístico de Processo e ferramentas da qualidade**. 2005. Disponível em [www.webensino.ufsc.br](http://www.webensino.ufsc.br) e acessado em 07/07/2007.

SOUZA, G. P. **PREVISÃO DO CONSUMO INDUSTRIAL DE ENERGIA ELÉTRICA NO ESTADO DE SANTA CATARINA: UMA APLICAÇÃO DA COMBINAÇÃO DE PREVISÕES ENTRE MODELOS UNIVARIADOS E DE REGRESSÃO DINÂMICA**. Dissertação de mestrado. UFSC, 2005.

ZIMMERMAN, S. M.; ICENOGLE, M. L. **Statistical Quality Control Using Excel**. 2ª Edição. ASQ Quality Press. 1999.

### ANEXO A – Consumo de energia elétrica industrial no Brasil

Data	Consumo
jan/97	9455
fev/97	9840
mar/97	9488
abr/97	9945
mai/97	10304
jun/97	10045
jul/97	10285
ago/97	10685
set/97	10441
out/97	10567
nov/97	10727
dez/97	9935
jan/98	9545
fev/98	9722
mar/98	9609
abr/98	10400
mai/98	10367
jun/98	10168
jul/98	10351
ago/98	10723
set/98	10510
out/98	10425
nov/98	10343
dez/98	9815

Data	Consumo
ago/99	10804
set/99	10750
out/99	10742
nov/99	10864
dez/99	10667
jan/00	10024
fev/00	10388
mar/00	10769
abr/00	10942
mai/00	10882
jun/00	11216
jul/00	11049
ago/00	11271
set/00	11094
out/00	11350
nov/00	11422
dez/00	10873
jan/01	10426
fev/01	10856
mar/01	10892
abr/01	11307
mai/01	11338
jun/01	10662
jul/01	9178

Data	Consumo
mar/02	10362
abr/02	10762
mai/02	10920
jun/02	10898
jul/02	10720
ago/02	11024
set/02	10893
out/02	11000
nov/02	11040
dez/02	10659
jan/03	10345
fev/03	10471
mar/03	10565
abr/03	10850
mai/03	10750
jun/03	10788
jul/03	10818
ago/03	10793
set/03	10855
out/03	11215
nov/03	11251
dez/03	11531
jan/04	10375
fev/04	10508

Data	Consumo
out/04	12682
nov/04	12556
dez/04	12479
jan/05	12078
fev/05	12022
mar/05	12289
abr/05	12526
mai/05	12587
jun/05	12613
jul/05	12684
ago/05	12785
set/05	12642
out/05	12659
nov/05	12704
dez/05	12655
jan/06	12225
fev/06	12271
mar/06	13019
abr/06	12795
mai/06	12574
jun/06	12728
jul/06	12965
ago/06	13268
set/06	13068



jan/99	9257
fev/99	9441
mar/99	9762
abr/99	10512
mai/99	10215
jun/99	10411
jul/99	10467

ago/01	9520
set/01	9586
out/01	9566
nov/01	9686
dez/01	9521
jan/02	9431
fev/02	9919

mar/04	10803
abr/04	10914
mai/04	12012
jun/04	12278
jul/04	12417
ago/04	12684
set/04	12612

out/06	13217
nov/06	13161
dez/06	13024
jan/07	12983
fev/07	13126
mar/07	13547
abr/07	13925